



Přírodovědecká fakulta UPJŠ

Half-Life

Trojstavový celulární automat

Vedúci:

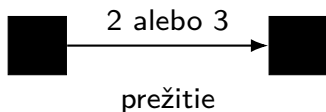
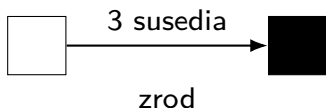
prof. RNDr. Stanislav Krajčí, PhD.

Autor:

Bc. Vasiľ Chorev

29. mája 2026

- Conwayova Hra života sa odohráva na mriežke buniek.
- Každá bunka je v jednom z dvoch stavov: živá alebo mŕtva.
- V obrázkoch budeme živé bunky označovať čiernou farbou a mŕtve bunky bielou farbou.
- V každom kroku sa všetky bunky naraz zmenia podľa počtu živých susedov:



Stabilný vzor

Oscilátor

Lod'

Gosperov glider gun

Stabilný vzor

Oscilátor

Lod'

Gosperov glider gun

Stabilný vzor

Oscilátor

Lod'

Gosperov glider gun

Stabilný vzor

Oscilátor

Lod'

Gosperov glider gun

Stabilný vzor

Oscilátor

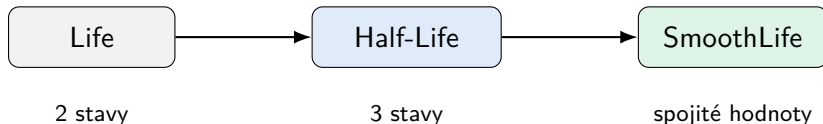
Lod'

Gosperov glider gun

- nadviazať na Conwayovu Hru života a navrhnúť vlastný model *Half-Life* spolu s jeho implementáciou,
- vytvoriť prostredie, v ktorom možno konfigurácie upravovať, spúšťať a vizuálne sledovať,
- experimentálne vybrať pravidlá, pri ktorých vzniká netriviálna a dobre pozorovateľná dynamika,
- v nájdených pravidlách hľadať dynamické vzory, najmä oscilátory a lode, a pri vybraných prípadoch ich správanie presne zdôvodniť.

Miesto práce medzi rozšíreniami

- **Life-like pravidlá:** menia množiny zrodu a prežitia, ale ostávajú dvojstavové.
- **Generations:** viacstavové rozšírenia.
- **SmoothLife a Lenia:** prechádzajú k spojitém priestorom a spojitém stavom.
- **Half-Life:** zvolené minimum medzi týmito pólmi: tri stavy, diskrétna mriežka, jednoduché intervalové pravidlá.

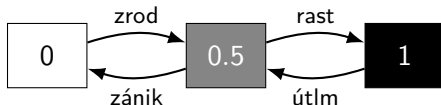


Definícia (Stav bunky)

Symbolom \mathcal{Q} označíme množinu

$$\mathcal{Q} = \{0, 0.5, 1\}.$$

Stav 0 označuje mŕtvu bunku, stav 0.5 položivú bunku a stav 1 plne živú bunku.



Definícia (Konfigurácia)

Konfiguráciou budeme nazývať funkciu

$$h: \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathcal{Q},$$

ktorá každej bunke priraduje jej stav.

Definícia (Vzor)

Vzorom budeme nazývať konfiguráciu h , pre ktorú je množina

$$\{x \in \mathbb{Z}^2 : h(x) \neq 0\}$$

konečná.

Definícia (Posuny)

Posunmi budeme nazývať prvky množiny

$$\mathcal{N} = \{-1, 0, 1\}^2 \setminus \{(0, 0)\}.$$

Definícia (Súčet susedov)

Symbolom \mathcal{R} označíme množinu možných súčtov

$$\mathcal{R} = \left\{ \frac{k}{2} : k \in \{0, 1, \dots, 16\} \right\}.$$

Pre konfiguráciu h a bunku x definujeme

$$\text{SucetSusedov}_{\text{HL}}(h, x) = \sum_{n \in \mathcal{N}} h(x + n).$$

Definícia (Pravidlo)

Pravidlom budeme nazývať dvojicu $\langle B, S \rangle$, kde B je interval pre zrod a S je interval alebo množina intervalov pre prežitie.

Definícia (Cieľová funkcia)

Nech $\langle B, S \rangle$ je pravidlo a nech $s = \text{SucetSusedov}_{\text{HL}}(h, x)$. Funkciu

$$\tau: \mathcal{R} \times \mathcal{Q} \rightarrow \{0, 1\}$$

definujeme predpisom

$$\tau(s, q) = \begin{cases} 1, & q = 0 \text{ a } s \in B, \\ 1, & q \in \{0.5, 1\} \text{ a } s \in S, \\ 0, & \text{inak.} \end{cases}$$

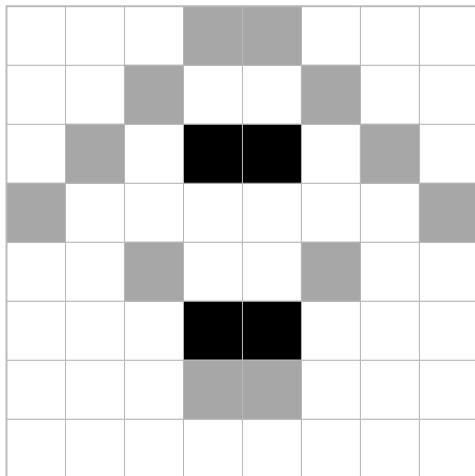
Definícia (Prechodová funkcia)

Nech $\langle B, S \rangle$ je pravidlo. Funkciu $f_{B,S}: \mathcal{Q} \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{Q}$ definujeme predpisom

$$f_{B,S}(q, s) = \begin{cases} \min(q + 0.5, 1), & \text{ak } \tau(s, q) = 1, \\ \max(q - 0.5, 0), & \text{ak } \tau(s, q) = 0. \end{cases}$$

q	$\tau = 1$	$\tau = 0$
0	0.5	0
0.5	1	0
1	1	0.5

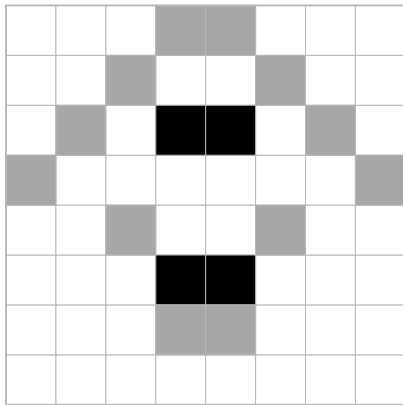
Vzor lode



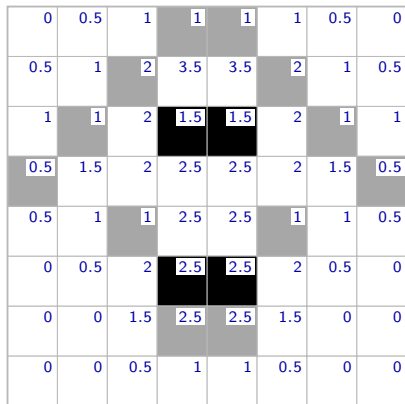
B1/S1.5-2

Vzor a súčet susedov s_x

1. vzor



2. súčty susedov



B1/S1.5-2

Súčty susedov a hodnota cieľovej funkcie

2. súčty susedov

0	0.5	1	1	1	1	0.5	0
0.5	1	2	3.5	3.5	2	1	0.5
1	1	2	1.5	1.5	2	1	1
0.5	1.5	2	2.5	2.5	2	1.5	0.5
0.5	1	1	2.5	2.5	1	1	0.5
0	0.5	2	2.5	2.5	2	0.5	0
0	0	1.5	2.5	2.5	1.5	0	0
0	0	0.5	1	1	0.5	0	0



3. cieľová funkcia

0	0.5	1	1	1	1	0.5	0
0.5	1	2	3.5	3.5	2	1	0.5
1	1	2	1.5	1.5	2	1	1
0.5	1.5	2	2.5	2.5	2	1.5	0.5
0.5	1	1	2.5	2.5	1	1	0.5
0	0.5	2	2.5	2.5	2	0.5	0
0	0	1.5	2.5	2.5	1.5	0	0
0	0	0.5	1	1	0.5	0	0

B1/S1.5-2

Rozhodnutie a výsledný stav po jednom kroku

3. cieľová funkcia

0	0.5	1	1	1	1	0.5	0
0.5	1	2	3.5	3.5	2	1	0.5
1	1	2	1.5	1.5	2	1	1
0.5	1.5	2	2.5	2.5	2	1.5	0.5
0.5	1	1	2.5	2.5	1	1	0.5
0	0.5	2	2.5	2.5	2	0.5	0
0	0	1.5	2.5	2.5	1.5	0	0
0	0	0.5	1	1	0.5	0	0



4. výsledok

		gray			gray		
	gray	black			black	gray	
gray			black	black			gray
	gray					gray	
			gray	gray			
			gray	gray			

B1/S1.5-2

Lod', perióda 1, rýchlosť c .

Veta

Nech h_0 je zobrazený vzor v pravidle B1/S1.5-2. Potom pre každé $t \geq 0$:

$$F^t(h_0) = T_{\langle -t, 0 \rangle} h_0.$$

Dokázané pomocou matematickej indukcie.

Definícia (Rajská záhrada)

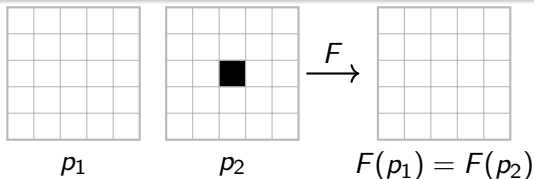
Konfigurácia h je *rajská záhrada*, ak neexistuje konfigurácia g taká, že

$$F(g) = h.$$

Kostra argumentu pre B1/S1.5-2

Mooreova–Myhillova veta pre \mathbb{Z}^2 hovorí:

F je surjektívna $\iff F$ je preinjektívna.



- Susedský súčet má 17 možných hodnôt.
- Ak uvažujeme ľubovoľné podmnožiny pre zrod aj prežitie, dostaneme

$$2^{17} \times 2^{17} = 2^{34} \approx 1.7 \cdot 10^{10}$$

možných pravidiel.

- Ak obmedzíme B aj S na jeden súvislý interval, počet pravidiel je

$$\left(\frac{18 \cdot 17}{2}\right)^2 = 153 \times 153 = 23\,409.$$

- Nie každé pravidlo z tohto priestoru je však „dobré“: mnohé vedú k okamžitému zániku, explózii.

- Pre každé pravidlo bolo testovaných 3 000 počítačových konfigurácií.
- Simulačná mriežka 48×48 .
- Veľkosť náhodnej počítačovej oblasti bola z množiny $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.
- Hustota bola náhodne zvolená z intervalu $[0.15, 0.45)$.
- Každý beh mal 30 krokov „zahrievacej“ fázy a najviac 120 krokov klasifikácie.
- Kandidáti na lode sa dodatočne overovali v priestore 64×64 počas najviac 500 krokov.

Interpretácia

Klasifikácia je heuristické prehľadávanie v presne stanovených limitoch, nie úplný dôkaz dlhodobého správania každého pravidla.

Zánik	populácia klesne na nulu,
Oscilátor	niektorý komponent vzoru sa zopakuje bez translácie v histórii s dĺžkou najviac 60 stavov,
Lod'	niektorý komponent vzoru sa zopakuje na odlišnej pozícii v histórii,
Explózia	počet nenulových buniek prekročí prah 400 alebo vzor dosiahne okraj bez potvrdenia lode,
Chaos	beh neskončil v predchádzajúcich kategóriách v rámci stanovených limitov.

Top 10 pravidiel podľa počtu lodí

Súvislé intervaly: $153 \times 153 = 23\,409$ pravidiel.

Pravidlo	Mŕtve	Explodované	Chaos	Lode	Oscilátory
B1/S1.5-2	119	2 340	25	20	3
B1.5-2/S2.5-4.5	1 337	686	167	14	130
B1.5-2/S2.5-4	1 410	645	170	14	100
B1.5/S1	879	0	30	14	29
B2-3/S0.5-1	620	1 728	342	10	33
B1.5-2.5/S2.5-3	868	1 433	204	10	19
B1/S1.5	152	1 879	11	9	2
B1.5/S2-3	1 633	454	402	8	129
B1/S1.5-2.5	115	2 625	95	8	1
B2.5-5.5/S2-2.5	1 981	26	494	7	29

Súhrn: V 243 pravidlách sa vyskytla aspoň jedna loď.

Top pravidlá z experimentu s rozdeleným prežitím

Prežitie: zjednotenie dvoch intervalov. Pre veľký počet sme použili iba celočíselné intervaly.

Pravidlo	Mŕtve	Explodované	Chaos	Lode	Oscilátory
B3-7/S2-3,5-8	1 644	0	8	9	624
B3-8/S2-3,5-7	1 602	0	570	9	141
B2/S2-3,5	1 316	1 385	71	8	7
B2/S2-3,5-6	1 312	1 377	92	8	7
B3-8/S2-3,5-8	1 679	0	8	7	588
B3-7/S2-3,5-7	1 670	0	452	7	225
B2-8/S0-1,5	123	2 134	386	7	58
B2-3/S0-1,7	144	1 594	875	6	56
B2-4/S0-1	123	2 183	326	6	55
B2-4/S0-1,5	116	2 193	326	6	49

Súhrn: rozdelené prežitie tvorí 266 z 309 pravidiel (86 %), súvislé prežitie 43 pravidiel (14 %).

514

unikátnych pravidiel po deduplikácii

3 381

unikátnych vzorov v katalógu

44

periód oscilátorov v rozsahu 1 až 60

- Katalóg obsahuje lode s viacerými rýchlosťami a smermi pohybu.
- Medzi oscilátormi sa objavili krátke aj dlhšie periódy.
- Výsledky ukazujú široké spektrum netriviálneho správania v modeli *Half-Life*.

Chrobák, perióda 8, posun 4, rýchlosť $c/2$.

Vtáky, perióda 16, posun 8, rýchlosť $c/2$.

Chrobák, perióda 8, posun 4, rýchlosť $c/2$.

Vtáky, perióda 16, posun 8, rýchlosť $c/2$.

Chrobák, perióda 8, posun 4, rýchlosť $c/2$.

Vtáky, perióda 16, posun 8, rýchlosť $c/2$.

Kozmická loď, perióda 4, posun 2, rýchlosť $c/2$.

Kozmická loď, perióda 4, posun 2, rýchlosť $c/2$.

Oscilátor, perióda 32.

Oscilátor, perióda 32.

Cukrík, perióda 16.

Cukrík, perióda 16.

Pulzar, perióda 12.

Pulzar, perióda 12.

Vzťah tvaru a smeru pohybu

A

B

C

Vzťah tvaru a smeru pohybu

A

B

C

Vzťah tvaru a smeru pohybu

A

B

C

Vzťah tvaru a smeru pohybu

A

B

C

Vzťah tvaru a smeru pohybu

D

E

F

Vzťah tvaru a smeru pohybu

D

E

F

Vzťah tvaru a smeru pohybu

D

E

F

Vzťah tvaru a smeru pohybu

D

E

F

- Webová aplikácia slúži na vizualizáciu a experimentovanie s celulárnymi automatmi.
- Je realizovaná ako jednostránková webová aplikácia v Reacte s vykresľovaním cez HTML Canvas.
- Objavené pravidlá a vzory z nástroja *Half-Life Explorer* sú integrované ako predvoľby.
- Podporované režimy: klasický, spojitý, 1D, Half-Life a Quartiles.
- Aplikácia je dostupná na adrese:

<https://fuzzylife.netlify.app/>

- 1 Návrh vlastného trojstavového modelu *Half-Life* ako fuzzy rozšírenia Conwayovej Hry života.
- 2 Formálna definícia prechodových pravidiel modelu a analýza jeho vybraných vlastností.
- 3 Matematické overenie pohybu konkrétnej lode a dôkaz existencie Rajských záhrad v zvolenom pravidle.
- 4 Vývoj interaktívnej webovej aplikácie *Fuzzy Life* na editáciu, simuláciu a vizualizáciu celulárnych automatov.
- 5 Implementácia nástroja *Half-Life Explorer* na automatizované prehľadávanie priestoru pravidiel a vzorov.
- 6 Vytvorenie katalógu 514 pravidiel a 3 381 unikátnych vzorov vrátane ich integrácie do aplikácie.

- Existujú vzory, ktoré sa nepohybujú iba kolmo a diagonálne, ale aj zložitejšími trajektóriami (napr. ako jazdec)?
- Má zmysel uvažovať širšie okolie alebo nelineárne vážené susedstvo?
- Dá sa pre vybrané pravidlá dokázať omniperiodicita, t. j. existencia oscilátorov ľubovoľnej periódy?
- Existujú metuzalemy, teda malé počiatočné vzory, ktoré sa vzhľadom na svoj rozmer prekvapivo dlho vyvíjajú a nezanikajú?
- Perspektívne je aj rozšírenie na viac stavov, napríklad model *Quartiles*.

Ďakujem za pozornosť!



- 1 Sú hodnoty 30 krokov warm-up fázy a 120 krokov klasifikácie určené pozorovaním?
- 2 Systematické štúdium závislosti správania od hustoty, entropie, veľkosti počiatkovej oblasti a parametrov pravidla.
- 3 Vznikali symetrické vzory, napríklad chrobák, náhodným generovaním alebo boli symetricky dopĺňané?