



Prírodovedecká fakulta UPJŠ

# Half-Life

Trojstavový celulárny automat

**Vedúci:**

prof. RNDr. Stanislav Krajčí, PhD.

**Autor:**

Bc. Vasiľ Chorev

29. mája 2026

- Conwayova Hra života sa odohráva na mriežke buniek.
- Každá bunka je v jednom z dvoch stavov: živá alebo mŕtva.
- V obrázkoch budeme živé bunky označovať čiernou farbou a mŕtve bunky bielou farbou.
- V každom kroku sa všetky bunky naraz zmenia podľa počtu živých susedov:



**Stabilný vzor**

**Oscilátor**

**Gosperov glider gun**

**Lod'**

**Stabilný vzor**

**Oscilátor**

**Gosperov glider gun**

**Lod'**

**Stabilný vzor**

**Oscilátor**

**Gosperov glider gun**

**Lod'**

**Stabilný vzor**

**Oscilátor**

**Gosperov glider gun**

**Lod'**

**Stabilný vzor**

**Oscilátor**

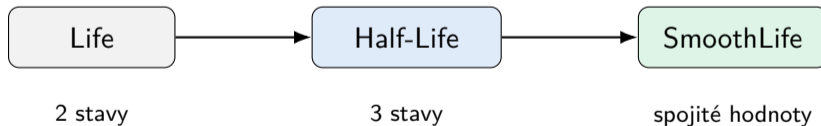
**Gosperov glider gun**

**Lod'**

- nadviazať na Conwayovu Hru života a navrhnúť vlastný model *Half-Life* spolu s jeho implementáciou,
- vytvoriť prostredie, v ktorom možno konfigurácie upravovať, spúšťať a vizuálne sledovať,
- experimentálne vybrať pravidlá, pri ktorých vzniká netriviálna a dobre pozorovateľná dynamika,
- v nájdených pravidlách hľadať dynamické vzory, najmä oscilátory a lode, a pri vybraných prípadoch ich správanie presne zdôvodniť.

# Miesto práce medzi rozšíreniami

- **Life-like pravidlá:** menia množiny zrodu a prežitia, ale ostávajú dvojstavové.
- **Generations:** viacstavové rozšírenia.
- **SmoothLife a Lenia:** prechádzajú k spojitým priestorom a spojitým stavom.
- **Half-Life:** zvolené minimum medzi týmito pólmi: tri stavy, diskretná mriežka, jednoduché intervalové pravidlá.

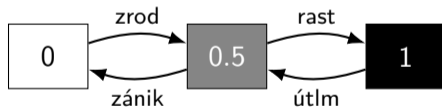


## Definícia (Stav bunky)

Symbolom  $\mathcal{Q}$  označíme množinu

$$\mathcal{Q} = \{0, 0.5, 1\}.$$

Stav 0 označuje mŕtvu bunku, stav 0.5 položivú bunku a stav 1 plne živú bunku.



## Definícia (Konfigurácia)

Konfiguráciou budeme nazývať funkciu

$$h: \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathcal{Q},$$

ktorá každej bunke priraduje jej stav.

## Definícia (Vzor)

Vzorom budeme nazývať konfiguráciu  $h$ , pre ktorú je množina

$$\{x \in \mathbb{Z}^2 : h(x) \neq 0\}$$

konečná.

## Definícia (Posuny)

Posunmi budeme nazývať prvky množiny

$$\mathcal{N} = \{-1, 0, 1\}^2 \setminus \{(0, 0)\}.$$

## Definícia (Súčet susedov)

Symbolom  $\mathcal{R}$  označíme množinu možných súčtov

$$\mathcal{R} = \left\{ \frac{k}{2} : k \in \{0, 1, \dots, 16\} \right\}.$$

Pre konfiguráciu  $h$  a bunku  $x$  definujeme

$$\text{SucetSusedov}_{\text{HL}}(h, x) = \sum_{n \in \mathcal{N}} h(x + n).$$

## Definícia (Pravidlo)

Pravidlom budeme nazývať dvojicu  $\langle B, S \rangle$ , kde  $B$  je interval pre zdroj a  $S$  je interval alebo množina intervalov pre prežitie.

## Definícia (Cieľová funkcia)

Nech  $\langle B, S \rangle$  je pravidlo a nech  $s = \text{SucetSusedov}_{\text{HL}}(h, x)$ . Funkciu

$$\tau: \mathcal{R} \times \mathcal{Q} \rightarrow \{0, 1\}$$

definujeme predpisom

$$\tau(s, q) = \begin{cases} 1, & q = 0 \text{ a } s \in B, \\ 1, & q \in \{0.5, 1\} \text{ a } s \in S, \\ 0, & \text{inak.} \end{cases}$$

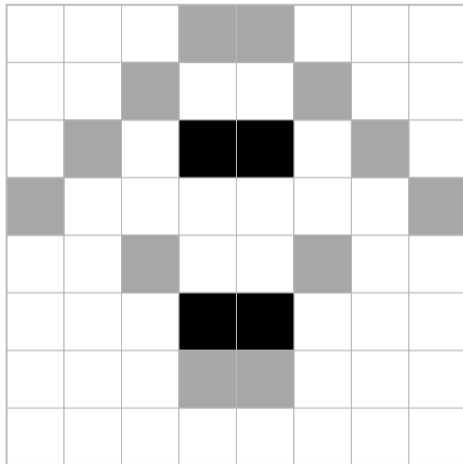
## Definícia (Prechodová funkcia)

Nech  $\langle B, S \rangle$  je pravidlo. Funkciu  $f_{B,S}: \mathcal{Q} \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{Q}$  definujeme predpisom

$$f_{B,S}(q, s) = \begin{cases} \min(q + 0.5, 1), & \text{ak } \tau(s, q) = 1, \\ \max(q - 0.5, 0), & \text{ak } \tau(s, q) = 0. \end{cases}$$

$q$	$\tau = 1$	$\tau = 0$
0	0.5	0
0.5	1	0
1	1	0.5

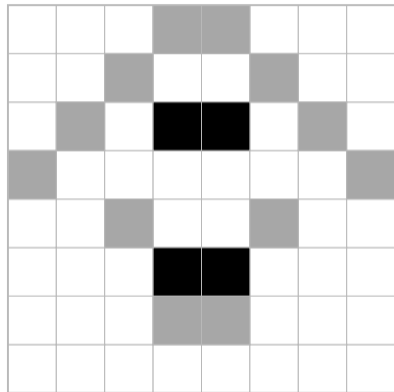
Vzor lode



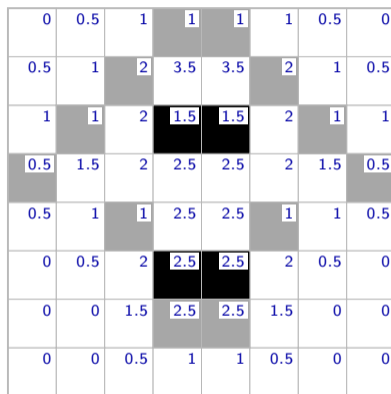
B1/S1.5-2

# Vzor a súčet susedov $s_x$

1. vzor



2. súčty susedov



B1/S1.5-2

# Súčty susedov a hodnota cieľovej funkcie

## 2. súčty susedov

0	0.5	1	1	1	1	0.5	0
0.5	1	2	3.5	3.5	2	1	0.5
1	1	2	1.5	1.5	2	1	1
0.5	1.5	2	2.5	2.5	2	1.5	0.5
0.5	1	1	2.5	2.5	1	1	0.5
0	0.5	2	2.5	2.5	2	0.5	0
0	0	1.5	2.5	2.5	1.5	0	0
0	0	0.5	1	1	0.5	0	0



## 3. cieľová funkcia

0	0.5	1	1	1	1	0.5	0
0.5	1	2	3.5	3.5	2	1	0.5
1	1	2	1.5	1.5	2	1	1
0.5	1.5	2	2.5	2.5	2	1.5	0.5
0.5	1	1	2.5	2.5	1	1	0.5
0	0.5	2	2.5	2.5	2	0.5	0
0	0	1.5	2.5	2.5	1.5	0	0
0	0	0.5	1	1	0.5	0	0

B1/S1.5-2

# Rozhodnutie a výsledný stav po jednom kroku

## 3. cieľová funkcia

0	0.5	1	1	1	1	0.5	0
0.5	1	2	3.5	3.5	2	1	0.5
1	1	2	1.5	1.5	2	1	1
0.5	1.5	2	2.5	2.5	2	1.5	0.5
0.5	1	1	2.5	2.5	1	1	0.5
0	0.5	2	2.5	2.5	2	0.5	0
0	0	1.5	2.5	2.5	1.5	0	0
0	0	0.5	1	1	0.5	0	0



## 4. výsledok

		■			■		
	■	■			■	■	
■			■	■			■
	■					■	
			■	■			
			■	■			

B1/S1.5-2

**Lod'**, perióda 1, rýchlosť  $c$ .

## Veta

Nech  $h_0$  je zobrazený vzor v pravidle B1/S1.5-2. Potom pre každé  $t \geq 0$ :

$$F^t(h_0) = T_{\langle -t, 0 \rangle} h_0.$$

Dokázané pomocou matematickej indukcie.

## Definícia (Rajská záhrada)

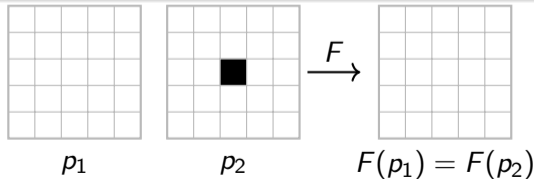
Konfigurácia  $h$  je *rajská záhrada*, ak neexistuje konfigurácia  $g$  taká, že

$$F(g) = h.$$

## Kostra argumentu pre B1/S1.5-2

Mooreova–Myhillova veta pre  $\mathbb{Z}^2$  hovorí:

$F$  je surjektívna  $\iff F$  je preinjektívna.



- Susedský súčet má 17 možných hodnôt.
- Ak uvažujeme ľubovoľné podmnožiny pre zrod aj prežitie, dostaneme

$$2^{17} \times 2^{17} = 2^{34} \approx 1.7 \cdot 10^{10}$$

možných pravidiel.

- Ak obmedzíme  $B$  aj  $S$  na jeden súvislý interval, počet pravidiel je

$$\left(\frac{18 \cdot 17}{2}\right)^2 = 153 \times 153 = 23\,409.$$

- Nie každé pravidlo z tohto priestoru je však „dobré“: mnohé vedú k okamžitému zániku, explózii.

- Pre každé pravidlo bolo testovaných 3 000 počítačových konfigurácií.
- Simulačná mriežka  $48 \times 48$ .
- Veľkosť náhodnej počítačovej oblasti bola z množiny  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .
- Hustota bola náhodne zvolená z intervalu  $[0.15, 0.45)$ .
- Každý beh mal 30 krokov „zahrievacej“ fázy a najviac 120 krokov klasifikácie.
- Kandidáti na lode sa dodatočne overovali v priestore  $64 \times 64$  počas najviac 500 krokov.

## Interpretácia

Klasifikácia je heuristické prehľadávanie v presne stanovených limitoch, nie úplný dôkaz dlhodobého správania každého pravidla.

<b>Zánik</b>	populácia klesne na nulu,
<b>Oscilátor</b>	niektorý komponent vzoru sa zopakuje bez translácie v histórii s dĺžkou najviac 60 stavov,
<b>Lod'</b>	niektorý komponent vzoru sa zopakuje na odlišnej pozícii v histórii,
<b>Explózia</b>	počet nenulových buniek prekročí prah 400 alebo vzor dosiahne okraj bez potvrdenia lode,
<b>Chaos</b>	beh neskončil v predchádzajúcich kategóriách v rámci stanovených limitov.

# Top 10 pravidiel podľa počtu lodí

Súvislé intervaly:  $153 \times 153 = 23\,409$  pravidiel.

Pravidlo	Mŕtve	Explodované	Chaos	Lode	Oscilátory
B1/S1.5-2	119	2 340	25	<b>20</b>	3
B1.5-2/S2.5-4.5	1 337	686	167	<b>14</b>	130
B1.5-2/S2.5-4	1 410	645	170	<b>14</b>	100
B1.5/S1	879	0	30	<b>14</b>	29
B2-3/S0.5-1	620	1 728	342	<b>10</b>	33
B1.5-2.5/S2.5-3	868	1 433	204	<b>10</b>	19
B1/S1.5	152	1 879	11	<b>9</b>	2
B1.5/S2-3	1 633	454	402	<b>8</b>	129
B1/S1.5-2.5	115	2 625	95	<b>8</b>	1
B2.5-5.5/S2-2.5	1 981	26	494	<b>7</b>	29

**Súhrn:** V 243 pravidlách sa vyskytla aspoň jedna loď.

# Top pravidlá z experimentu s rozdeleným prežitím

Prežitie: zjednotenie dvoch intervalov. Pre veľký počet sme použili iba celočíselné intervaly.

Pravidlo	Mŕtve	Explodované	Chaos	Lode	Oscilátory
B3-7/S2-3,5-8	1 644	0	8	<b>9</b>	624
B3-8/S2-3,5-7	1 602	0	570	<b>9</b>	141
B2/S2-3,5	1 316	1 385	71	<b>8</b>	7
B2/S2-3,5-6	1 312	1 377	92	<b>8</b>	7
B3-8/S2-3,5-8	1 679	0	8	<b>7</b>	588
B3-7/S2-3,5-7	1 670	0	452	<b>7</b>	225
B2-8/S0-1,5	123	2 134	386	<b>7</b>	58
B2-3/S0-1,7	144	1 594	875	<b>6</b>	56
B2-4/S0-1	123	2 183	326	<b>6</b>	55
B2-4/S0-1,5	116	2 193	326	<b>6</b>	49

**Súhrn:** rozdelené prežitie tvorí 266 z 309 pravidiel (86 %), súvislé prežitie 43 pravidiel (14 %).

514

unikátnych pravidiel po deduplikácii

3 381

unikátnych vzorov v katalógu

44

periód oscilátorov v rozsahu 1 až 60

- Katalóg obsahuje lode s viacerými rýchlosťami a smermi pohybu.
- Medzi oscilátormi sa objavili krátke aj dlhšie periódy.
- Výsledky ukazujú široké spektrum netriviálneho správania v modeli *Half-Life*.

**Chrobák**, perióda 8, posun 4, rýchlosť  $c/2$ .

**Vtáky**, perióda 16, posun 8, rýchlosť  $c/2$ .

**Chrobák**, perióda 8, posun 4, rýchlosť  $c/2$ .

**Vtáky**, perióda 16, posun 8, rýchlosť  $c/2$ .

**Chrobák**, perióda 8, posun 4, rýchlosť  $c/2$ .

**Vtáky**, perióda 16, posun 8, rýchlosť  $c/2$ .

**Kozmická loď**, perióda 4, posun 2, rýchlosť  $c/2$ .

**Kozmická loď**, perióda 4, posun 2, rýchlosť  $c/2$ .

## Oscilátor, perióda 32.

## Oscilátor, perióda 32.

## Cukrík, perióda 16.

## Cukrík, perióda 16.

## Pulzar, perióda 12.

## Pulzar, perióda 12.

# Vzťah tvaru a smeru pohybu

**A**

**B**

**C**

# Vzťah tvaru a smeru pohybu

**A**

**B**

**C**

# Vzťah tvaru a smeru pohybu

**A**

**B**

**C**

# Vzťah tvaru a smeru pohybu

**A**

**B**

**C**

# Vzťah tvaru a smeru pohybu

**D**

**E**

**F**

# Vzťah tvaru a smeru pohybu

**D**

**E**

**F**

# Vzťah tvaru a smeru pohybu

**D**

**E**

**F**

# Vzťah tvaru a smeru pohybu

**D**

**E**

**F**

- Webová aplikácia slúži na vizualizáciu a experimentovanie s celulárnymi automatmi.
- Je realizovaná ako jednostránková webová aplikácia v Reacte s vykresľovaním cez HTML Canvas.
- Objavené pravidlá a vzory z nástroja *Half-Life Explorer* sú integrované ako predvoľby.
- Podporované režimy: klasický, spojitý, 1D, Half-Life a Quartiles.
- Aplikácia je dostupná na adrese:

`https://fuzzylife.netlify.app/`

- 1 Návrh vlastného trojstavového modelu *Half-Life* ako fuzzy rozšírenia Conwayovej Hry života.
- 2 Formálna definícia prechodových pravidiel modelu a analýza jeho vybraných vlastností.
- 3 Matematické overenie pohybu konkrétnej lode a dôkaz existencie Rajských záhrad v zvolenom pravidle.
- 4 Vývoj interaktívnej webovej aplikácie *Fuzzy Life* na editáciu, simuláciu a vizualizáciu celulárnych automatov.
- 5 Implementácia nástroja *Half-Life Explorer* na automatizované prehľadávanie priestoru pravidiel a vzorov.
- 6 Vytvorenie katalógu 514 pravidiel a 3 381 unikátnych vzorov vrátane ich integrácie do aplikácie.

- Existujú vzory, ktoré sa nepohybujú iba kolmo a diagonálne, ale aj zložitejšími trajektóriami (napr. ako jazdec)?
- Má zmysel uvažovať širšie okolie alebo nelineárne vážené susedstvo?
- Dá sa pre vybrané pravidlá dokázať omniperiodicita, t. j. existencia oscilátorov ľubovoľnej periódy?
- Existujú metuzalemy, teda malé počiatkové vzory, ktoré sa vzhľadom na svoj rozmer prekvapivo dlho vyvíjajú a nezanikajú?
- Perspektívne je aj rozšírenie na viac stavov, napríklad model *Quartiles*.

# Ďakujem za pozornosť!



- 1 Sú hodnoty 30 krokov warm-up fázy a 120 krokov klasifikácie určené pozorovaním?
- 2 Systematické štúdium závislosti správania od hustoty, entropie, veľkosti počiatocnej oblasti a parametrov pravidla.
- 3 Vznikali symetrické vzory, napríklad chrobák, náhodným generovaním alebo boli symetricky dopĺňané?